

L'HISTOIRE DES SCIENCES  
TEXTES ET ÉTUDES

---

LOGIQUE ET MATHÉMATIQUE  
CHEZ BERNARD BOLZANO

par  
Jan SEBESTIK

*Ouvrage publié avec le Concours  
du Centre National de la Recherche Scientifique*

PARIS  
LIBRAIRIE PHILOSOPHIQUE J. VRIN  
6, Place de la Sorbonne, V<sup>e</sup>

—  
1992

## TABLE DES MATIÈRES

Sigles et abréviations .....	7
Chronologie .....	9
<b>Avant-propos</b> .....	<b>15</b>
<b>Introduction</b> .....	<b>25</b>
PREMIÈRE PARTIE : À LA RECHERCHE DES FONDEMENTS	
<b>Chapitre I. Le rationalisme en géométrie</b> .....	<b>33</b>
1. L'héritage leibnizien .....	33
2. Bolzano : refonte de l'ordre euclidien .....	35
3. Généalogie des concepts géométriques .....	39
4. La théorie des parallèles .....	45
<b>Chapitre II. Aux sources de la topologie</b> .....	<b>56</b>
1. Les objets géométriques comme ensembles de points .....	56
2. Les concepts de dimension et de continu .....	59
<b>Chapitre III. La notion de continuité</b> .....	<b>73</b>
1. La continuité selon Leibniz et selon Euler .....	73
2. Un nouveau concept de continuité : Bolzano .....	77
<b>Chapitre IV. L'arithmétisation de l'analyse</b> .....	<b>84</b>
1. La convergence des séries .....	84
2. Le <i>Rein analytischer Beweis</i> .....	90
3. Le critère de Bolzano-Cauchy .....	96
4. Le concept de borne supérieure .....	102
5. Le théorème de Bolzano-Weierstrass .....	107
6. Bolzano et Cauchy .....	109
DEUXIÈME PARTIE : LOGIQUE ET THÉORIE DE LA SCIENCE	
<b>Chapitre I. Les objets logiques</b> .....	<b>115</b>
1. Les propositions en soi et les vérités en soi.....	116
2. Les représentations en soi, constituants des propositions. Théorie de la définition .....	133

3. L'extension et sa relation à la compréhension .....	144
4. Les intuitions et les concepts .....	152
5. La forme canonique des énoncés .....	160
<b>Chapitre II. Logique des représentations</b> .....	170
1. Relations extensionnelles entre les représentations .....	170
2. Représentations universelles et représentations vides .....	182
<b>Chapitre III. Logique de la variation</b> .....	192
1. La notion de forme propositionnelle .....	192
2. Un fragment de syntaxe .....	201
3. Variation et validité .....	204
4. Propositions analytiques et propositions synthétiques. La notion de vérité logique .....	208
5. Le système logique .....	232
6. Déductibilité .....	240
7. Logique des probabilités. Déductibilité stricte .....	252
<b>Chapitre IV. Architecture des théories :</b> <b>la «connexion objective des vérités»</b> .....	258
1. Une relation de fondement : la relation de raison à conséquence ( <i>Abfolge</i> ).....	258
2. La relation de conséquence dans les sciences conceptuelles pures .....	267
3. Théorie de la démonstration et axiomatique .....	272
<b>Chapitre V. Théorie de la science proprement dite</b> .....	287
1. Le concept de science .....	287
2. Unité de la science.....	291
<b>TROISIÈME PARTIE : LE SYSTÈME MATHÉMATIQUE</b>	
<b>Chapitre I. Objet et division de la mathématique</b> .....	297
1. Mathématique universelle et ontologie formelle .....	297
2. Retour à la définition traditionnelle .....	302
<b>Chapitre II. La doctrine des ensembles</b> .....	305
1. Les collections et les ensembles .....	307
2. Les sommes .....	318
3. Les multitudes .....	322
4. Les suites .....	325
<b>Chapitre III. Les grandeurs et les nombres</b> .....	335
1. Le concept de grandeur .....	335
2. Les grandeurs négatives. Le zéro.....	340

3. Règles de formation de la langue mathématique .....	342
4. Le concept de nombre .....	345
<b>Chapitre IV. La construction des nombres réels .....</b>	<b>351</b>
1. Les prédécesseurs. Kästner .....	351
2. Vers une définition des nombres réels .....	354
3. Expressions numériques infinies et «nombres mesurables» .....	357
4. Nombres infiniment petits et nombres infiniment grands ...	365
5. Equivalence et ordre .....	371
6. Une théorie des nombres réels? .....	375
<b>Chapitre V. Théorie des fonctions de variables réelles .....</b>	<b>388</b>
1. Le concept de fonction .....	388
2. Continuité et discontinuité des fonctions réelles.....	393
3. Quelques exemples .....	400
4. Fonctions continues sur un compact .....	405
5. Les fonctions ayant une infinité d'oscillations .....	410
6. La fonction de Bolzano .....	417
<b>QUATRIÈME PARTIE : LES CHEMINS DE L'INFINI</b>	
1. L'infini actuel .....	435
2. Existence d'ensembles infinis .....	446
3. Le paradoxe de la réflexivité .....	452
<b>Conclusion .....</b>	<b>475</b>
<b>Bibliographie .....</b>	<b>481</b>
<b>Œuvres de Bolzano .....</b>	<b>481</b>
Ouvrages publiés du vivant de Bolzano .....	481
Œuvres posthumes .....	484
<i>Gesamtausgabe</i> .....	487
<b>Etudes sur Bolzano .....</b>	<b>490</b>
Mathématiques .....	491
Logique et Théorie de la science .....	496
Publications collectives et colloques .....	504
Lexique .....	505
Index des notations .....	509
Index des noms propres .....	511
Index des notions .....	515
Table des matières .....	520