

Ulrich Felgner

Philosophie der Mathematik in der Antike und in der Neuzeit

 Birkhäuser

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	VII
Teil I Philosophie der Mathematik in der Antike	
Kapitel 1 Der Begriff der Mathematik	3
1.1 Die Entdeckung inkommensurabler Größen	3
1.2 Der Begriff der ‚Mathematik‘	9
1.3 Das Auftreten ontologischer Probleme	11
Literatur	13
Kapitel 2 Platons Philosophie der Mathematik	15
2.1 Platons Ansichten über die Lehrart der Mathematik: Anamnesis-Lehre	16
2.2 Die platonische Ideenlehre	19
2.3 Die Welt der mathematischen Gegenstände	21
2.4 Der Aufbau einer mathematischen Theorie bei <i>Platon</i>	23
2.5 Diskussion	24
Literatur	26
Kapitel 3 Die aristotelische Konzeption der Mathematik	27
3.1 Der aristotelische Theorie-Begriff	28
3.2 Die aristotelische Apodeixis	31
3.3 Der ontologische Status der mathematischen Gegenstände	32
3.4 Aphairesis (Ἀφαίρεσις)	33
3.5 Chôrismós (Χωρισμός)	36
3.6 Aufbau und Begründung der Arithmetik nach <i>Aristoteles</i>	37
3.7 Der Aufbau der Geometrie nach <i>Aristoteles</i>	39
Literatur	42
Kapitel 4 Die Euklid’sche Axiomatik	45
4.1 Die ‚Elemente‘ (Στοιχεῖα) von <i>Euklid</i>	46
4.2 Die Terminologie in den ‚Elementen‘ <i>Euklids</i>	48
4.3 Was sollen die ‚Definitionen‘ leisten?	49

4.4	Was sollen die ‚allgemeinen Grundsätze‘ leisten?	50
4.5	Was sollen die ‚Postulate‘ (Aitemata) leisten?	51
4.6	Axiome, Postulate, Hypothesen und Annahmen	52
4.7	Die Durchführung der Geometrie	54
4.8	Die Argumentationen in den Aufgaben I,1 und I,2 sowie I,4	55
4.9	Diskussion	59
	Literatur.	60
Kapitel 5	Der Finitismus in der griechischen Mathematik	63
5.1	Potentielle und aktuelle Unendlichkeit	64
5.2	Das Fällen des Lotes in den ‚ <i>Elementen</i> ‘ <i>Euklids</i>	65
5.3	Der Begriff der Parallelität.	68
5.4	Die Sandzahl	69
5.5	Die Existenz unendlich vieler Primzahlen.	72
5.6	Die Exhaustionsmethode	73
5.7	Irrationalitäts-Beweise	74
5.8	Die Ausgrenzung des „Grenzenlosen“.	74
	Literatur.	76
Kapitel 6	Die Paradoxien <i>Zenons</i>	79
6.1	Die <i>Zenon</i> ’schen Paradoxien	80
6.2	Die Wirkung der <i>Zenon</i> ’schen Paradoxien im Mittelalter	82
6.3	Die Frage nach der Existenz aktual unendlicher Größen wird kritisch untersucht	84
6.4	<i>Buridans</i> Behandlung des Unendlichkeitsproblems nach der Methode des <i>sic et non</i>	86
6.5	Abschließende Bemerkungen.	90
	Literatur.	92
Teil II	Philosophie der Mathematik im 16., 17. und 18. Jahrhundert	
Kapitel 7	Über die Gewißheit in der Mathematik	95
7.1	Das Bekanntwerden der Werke von <i>Euklid</i> und <i>Proklos</i> im griechischen Original.	95
7.2	Die Unterschiede zwischen der aristotelischen und der euklidischen Methode	97
7.3	Der Streit über die Frage, ob die euklidische Geometrie eine Wissenschaft im aristotelischen Sinne ist	99
7.4	Diskussion	103
	Literatur.	105
Kapitel 8	Der <i>Descartes</i>’sche Nativismus.	107
8.1	Der göttliche Ursprung der Mathematik	107
8.2	Die griechischen und die römischen Stoiker	108
8.3	Die mathematischen Gegenstände als Gedanken Gottes (<i>Augustinus</i>)	109

8.4	<i>René Descartes</i> : Mathematische Gesetze als Edikte einer Gottheit	111
8.5	<i>Descartes</i> ' Nativismus	113
8.6	Die <i>Ideen</i> der mathematischen Gegenstände	114
8.7	<i>Descartes</i> ' Begriff der „ <i>Intuition</i> “	116
8.8	<i>Descartes</i> ' Essay ‚ <i>La Géométrie</i> ‘	117
8.9	Diskussion	120
	Literatur.	121
Kapitel 9	<i>John Lockes Gedanken zur Mathematik.</i>	123
9.1	Das Anliegen des ‚ <i>Essays</i> ‘	124
9.2	Die Entstehung der mathematischen „ <i>Ideen</i> “	126
9.3	<i>Lockes</i> Bemerkungen zu einigen geometrischen Sätzen	128
9.4	Der Psychologismus im Werk <i>Lockes</i>	129
9.5	Diskussion	130
	Literatur.	131
Kapitel 10	Der Rationalismus.	133
10.1	Das Problem der Definitionen in der Geometrie	134
10.2	Der Verzicht auf Definitionen der Grundbegriffe	135
10.3	Der Versuch, die Grundbegriffe <i>genetisch</i> zu definieren	137
10.4	Die Beiträge von <i>Hobbes</i> (1655) und <i>Barrow</i> (1664)	138
10.5	Der Beitrag von <i>Leibniz</i> (ca. 1676)	139
10.6	<i>Leibnizens</i> ‚ <i>Dialog zur Einführung in die Arithmetik und Algebra</i> ‘ (ca. 1676).	140
10.7	Beweis der Gleichheitsaxiome.	142
10.8	Der Begriff der Axiomatik bei <i>Tschirnhaus</i> (1687).	143
10.9	„Die mathematische Lehrart“ nach <i>Christian Wolff</i>	145
	Literatur.	147
Kapitel 11	Der Empirismus in der Mathematik	149
11.1	<i>Berkeleys</i> Kritik	150
11.2	<i>David Humes</i> Kritik	152
11.3	<i>John Stuart Mills</i> Kritik	153
11.4	Diskussion	157
	Literatur.	158
Kapitel 12	<i>Immanuel Kants Konzeption der Mathematik</i>	159
12.1	<i>Kants</i> Lebenslauf	159
12.2	Die Unterscheidung: <i>a priori</i> – <i>a posteriori</i>	162
12.3	Die Unterscheidung: <i>analytisch</i> – <i>synthetisch</i>	163
12.4	Der synthetische Charakter der geometrischen Sätze	165
12.5	Der synthetische Charakter der arithmetischen Sätze	166
12.6	Die reine und die empirische Anschauung.	170
12.7	Die Apriorität der geometrischen Urteile.	171
12.8	Die Apriorität der arithmetischen Urteile	172
12.9	Diskussion	173
	Literatur.	174

Teil III Philosophie der Mathematik im 19. und beginnenden 20. Jahrhundert

Kapitel 13 Der Psychologismus in der Mathematik	179
13.1 Die Rolle der Psyche in der antiken Mathematik	181
13.2 Die Entstehung des Psychologismus in der Neuzeit	182
Literatur.	186
Kapitel 14 Der Logizismus	187
14.1 Die logizistisch aufgebaute Arithmetik <i>Freges</i>	189
Literatur.	196
Kapitel 15 Der Begriff der Menge	199
15.1 Der Mengenbegriff in der Antike.	200
15.2 Der <i>Bolzano'sche</i> Mengenbegriff	201
15.3 Die <i>Cantor'sche</i> Mengenlehre.	204
15.4 Das Auftreten der mengentheoretischen Antinomien	206
15.5 Der <i>Cantor'sche</i> Mengenbegriff	209
15.6 Eine implizite Definition des Mengenbegriffs.	212
Literatur.	214
Kapitel 16 Der gegenwärtige Platonismus	215
16.1 Vom Nutzen des Platonismus.	217
16.2 Der eingeschränkte (oder schwache) Platonismus.	219
16.3 <i>Gödels</i> Platonismus	220
16.4 <i>Gödels</i> Verteidigung des Platonismus	222
16.5 Diskussion	224
Literatur.	225
Kapitel 17 Das Problem der nichtkonstruktiven Existenzbeweise	227
17.1 Existenzbeweise in der antiken Mathematik	230
17.2 Die „Existenz“ von Nullstellen von Polynomen	231
17.3 <i>Gauss: notio</i> oder <i>notatio?</i>	233
17.4 Der <i>Hilbert'sche</i> Basis-Satz.	235
17.5 Schnelle Primzahltests	237
17.6 Diskussion	238
Literatur.	240
Kapitel 18 Der formale und der inhaltliche Standpunkt	241
18.1 „Symbole“ und „leere Zeichen“.	244
18.2 Das Aufkommen des formalen Standpunktes im frühen 19. Jahrhundert.	244
18.3 Die Verknüpfung der beiden Standpunkte	247
18.4 <i>Freges</i> Polemik gegen den formalen Standpunkt.	250
18.5 Résumé.	251
Literatur.	253

Kapitel 19	Der Dedekind'sche Strukturalismus	255
19.1	Der historisch überlieferte Zahlbegriff	255
19.2	Der <i>Dedekind'sche</i> Zahlbegriff	256
19.3	Der <i>Dedekind'sche</i> Begriff der <i>Abstraktion</i>	259
19.4	Die Zahlenreihe ist der „ <i>abstrakte Typus</i> “ der sämtlichen einfach-unendlichen Systeme	262
19.5	Die Axiomatisierung der Arithmetik	263
19.6	Das Aufkommen des Strukturalismus'	264
19.7	Die „ <i>abstrakte</i> “ Richtung in der Algebra	268
19.8	Schlußbetrachtung	269
	Literatur	270
Kapitel 20	Der Hilbert'sche Kritizismus	271
20.1	Der <i>Hilbert'sche</i> Standpunkt	272
20.2	Die <i>Hilbert'sche</i> Axiomatisierung der Geometrie	274
20.3	Die <i>Hilbert'sche</i> Axiomatik und Metamathematik	278
	Literatur	280
	Schlußbetrachtung	283
	Personenregister	287
	Stichwortverzeichnis	293