

TABLE DES MATIÈRES

AVERTISSEMENT	9
PRÉFACE	11

LIVRE PREMIER

LA VÉRITÉ FORMELLE DES PROPOSITIONS

PREMIÈRE PARTIE

LES SYSTÈMES FORMELS

INTRODUCTION	33
CHAPITRE PREMIER. — <i>Les deux sortes de vérité</i>	37
I. — Vérité formelle et vérité empirique des propositions	37
II. — Les vérités formelles dépendent de nos conventions de langage	38
III. — Les vérités formelles sont indépendantes de l'expérience	40
IV. — L'existence logique et l'existence empirique des notions	41
V. — Triple méprise issue de la croyance en l'univocité de la notion de vérité	43
CHAPITRE II. — <i>La structure des théories déductives</i>	45
I. — Structure d'une théorie déductive	45
II. — Distinction des notions techniques et des notions logiques	45
III. — Comment le choix d'un système d'axiomes est toujours facultatif	47
IV. — Conditions restrictives imposées au choix d'un système d'axiomes	48
V. — Formalisation d'une théorie déductive	52
VI. — Formalisation de la logique classique : l'algèbre de Boole	54
VII. — Formalisation de l'arithmétique	55
VIII. — Formalisation de la géométrie	56
IX. — Nature des axiomes et des théorèmes d'une théorie déductive formalisée : les fonctions propositionnelles	58
X. — Réponse à une objection : tautologie et généralisation mathématique	59
XI. — Les théories formalisées et leurs interprétations	61
XII. — Exemple : Les algèbres logiques	62
XIII. — Isomorphisme : Groupes de transformations et principe d'équivalence	64

CHAPITRE III. — <i>Les théories mathématiques</i>	67
I. — Rôle de l'expérience et de l'intuition dans la genèse des mathématiques.....	67
II. — Les erreurs de l'intuition.....	69
III. — Les mathématiques intuitionnistes.....	75
IV. — La conception formaliste des mathématiques.....	77
V. — Les structures mathématiques.....	79
VI. — Exemples tirés de la Théorie des Groupes.....	81
VII. — Fusion de domaines séparés grâce à l'isophormisme de leur structure.....	81
VIII. — Raison de l'importance de la Théorie des Groupes.....	84
IX. — Les mathématiques pures et les mathématiques appliquées.....	85
CHAPITRE IV. — <i>Les avantages de la méthode axiomatique : l'abstraction axiomatique</i>	87
I. — La rigueur des démonstrations.....	87
II. — L'économie de pensée.....	89
III. — L'équivalence formelle de théories que l'on avait cru opposées.....	90
VI. — L'abstraction axiomatique.....	91
V. — L'axiomatisation de l'algèbre et la création des algèbres non-commutatives.....	95
VI. — Création de mathématiques nouvelles en partant de logiques polyvalentes.....	97
VII. — L'abstraction axiomatique et la géométrie.....	97
VIII. — Conséquences philosophiques de la méthode axiomatique.....	98
CHAPITRE V. — <i>Les problèmes de l'axiomatique</i>	102
I. — Premières méthodes utilisées pour résoudre le problème de la non-contradiction d'une théorie.....	103
II. — La théorie des groupes et la cohérence des mathématiques.....	104
III. — La métamathématique de David Hilbert; le théorème de Gödel.....	105
IV. — La logification des mathématiques.....	108
V. — Le problème de la décision.....	110
VI. — Les limites du formalisme.....	111
VII. — Domaine de causalité d'un système d'axiomes : démonstration causale.....	112
VIII. — Stabilité des propositions.....	114

DEUXIÈME PARTIE

LES LOGIQUES

CHAPITRE VI. — <i>Le caractère tautologique des règles logiques</i>	119
I. — La théorie de Wittgenstein.....	119
II. — Différence entre les axiomes, les théorèmes et les règles logiques d'une théorie déductive.....	125
III. — L'axiomatisation de la logique classique des propositions.....	126
IV. — Le calcul fonctionnel.....	130
V. — Le calcul des classes.....	133
VI. — A quoi sert la logique ?.....	134
CHAPITRE VII. — <i>La pluralité des logiques</i>	137
I. — Comment nous sommes conduits à utiliser plusieurs logiques.....	137
II. — Classification des logiques.....	139

III. — Les systèmes logiques à trois et à n valeurs de J. Lukasiewicz...	143
IV. — La logique intuitionniste de A. Heyting.....	146
V. — La logique des événements subordonnés de Bruno Finetti.....	148
VI. — Les logiques probabilitaires.....	149
VII. — Les logiques quantiques.....	153
VIII. — La logique quantique de Hans Reichenbach.....	155
CHAPITRE VIII. — <i>Le choix des logiques</i>.....	160
I. — Les deux aspects de la logique.....	160
II. — Choix d'une logique dans les théories mathématiques.....	161
III. — Choix d'une logique dans les théories physiques.....	162
IV. — Choix d'une logique pour l'unification des théories physiques.	168
V. — Les logiques du réel de Georges Matisse; la logique non-aristo- télucienne et la sémantique générale de Korzybski.....	170
VI. — Choix d'une logique dans les systèmes philosophiques et dans la vie courante.....	172
VII. — Conséquences philosophiques.....	174

LIVRE II

LA VÉRITÉ EMPIRIQUE DES PROPOSITIONS

INTRODUCTION : <i>Les mathématiques et les sciences du réel</i>.....	179
CHAPITRE IX. — <i>Le donné sensible et la connaissance intersubjective</i>.....	181
I. — La connaissance sensorielle.....	181
II. — Comment une connaissance intersubjective est-elle possible : l'affranchissement du solipsisme.....	182
III. — Comment on parvient à former le langage intersubjectif de la Physique qualitative.....	183
IV. — Comment on parvient à former le langage intersubjectif de la Physique quantitative.....	184
V. — Comment la Physique ne nous fait connaître que la structure des phénomènes.....	186
VI. — Comment la structure des phénomènes résulte de l'interaction du monde extérieur et de nos organes des sens.....	189
VII. — Comment on parvient à former le langage intersubjectif de la psychologie et de la sociologie.....	190
VIII. — Le domaine de la science.....	192
CHAPITRE X. — <i>La signification empirique des propositions</i>.....	193
I. — Les énoncés doués de signification empirique.....	193
II. — Comment une même notion apparaît comme douée de sens empirique ou comme un simple artifice de calcul suivant la technique expérimentale d'une époque et la construction théo- rique où elle figure.....	195
III. — La relativité des observables.....	198
IV. — La vérification des énoncés doués de sens empirique.....	198
V. — Comment une même proposition, suivant la théorie à laquelle on la réfère, apparaît comme douée de sens empirique ou comme une simple convention.....	200
VI. — Problèmes alternativement doués ou dénués de signification physique.....	201
VII. — Pseudo-problèmes absolument vides de signification empirique.	203

CHAPITRE XI. — <i>Le morcellement du contenu sensible et les classifications...</i>	205
I. — Comment le donné sensible auquel nous référons les énoncés doués de signification empirique dépend de la façon de répartir les facteurs de nos perceptions en objectifs et subjectifs	205
II. — Comment le donné sensible auquel nous référons les énoncés doués de signification empirique dépend de l'échelle de grandeur à laquelle nous nous plaçons.....	205
III. — Le morcellement du continu sensible : les classifications.....	208
IV. — Le morcellement du continu sensible : les systèmes pratiquement isolés	213
CHAPITRE XII. — <i>Les lois physiques</i>	215
I. — Les invariants du flux des apparences sensibles.....	215
II. — Comment les lois physiques sont la description symbolique approchée d'une certaine routine de l'expérience.....	215
III. — La nature logique des lois physiques.....	219
IV. — Comment les lois physiques se compliquent, dégèrent ou s'évanouissent à mesure que s'accroît la finesse des jauges de la connaissance.....	220
V. — Conditions imposées à l'expression mathématique des lois physiques	222
CHAPITRE XIII. — <i>Les théories physiques</i>	224
I. — Physique théorique et Physique expérimentale.....	224
II. — Structure logique des théories physiques.....	226
III. — Nature des principes physiques.....	228
IV. — La méthode axiomatique et la théorie des groupes dans les théories physiques.....	232
V. — Les théories physiques figuratives	233
VI. — Les théories isomorphes et la question des expériences cruciales	235
VII. — Adéquation et fécondité des théories physiques.....	236
VIII. — Multiplicité des théories physiques pour un même domaine expérimental	238
IX. — Comment les théories physiques s'adaptent à l'expérience.....	239
X. — Classification des théories physiques.....	242
XI. — La valeur des théories physiques.....	243
XII. — Comment la connaissance du monde en soi est une contradiction dans les termes.....	245

LIVRE III

LE LANGAGE

*LES PROPOSITIONS DOUÉES DE SENS
ET LES PSEUDO-PROPOSITIONS*

INTRODUCTION : <i>Le langage journalier et la connaissance vulgaire</i>	249
CHAPITRE XIV. — <i>L'analyse logique du langage</i>	251
I. — La signification des mots et le sens des phrases.....	251
II. — Signification formelle et signification empirique des mots.....	252

III. — Sens formel et sens empirique des phrases.....	254
IV. — Identité du sens et de la vérité des propositions dans les systèmes formels.....	254
V. — Distinction du sens et de la vérité empirique des propositions dans les sciences du réel.....	254
VI. — Identité du sens et de la vérité empirique dans les constatations.	255
VII. — Nature logique des propositions universelles douées de contenu	257
VIII. — Extension de la définition des propositions analytiques et des propositions synthétiques.....	258
IX. — Rôle des propositions analytiques.....	259
X. — Syntaxe d'une langue.....	260
XI. — Sémantique d'une langue.....	261
XII. — Détermination d'une langue : énoncés doués de sens à l'intérieur d'une langue.....	261
CHAPITRE XV. — <i>Les pseudo-propositions et les pseudo-langages</i>	263
I. — Énoncés absolument dénués de sens à l'intérieur d'un langage donné.....	263
II. — Énoncés grammaticalement corrects, mais logiquement inconstructibles. La logique basique des énoncés doués de sens.	264
III. — Énoncés vides de sens, parce qu'ils violent les règles logiques de la théorie des types.....	266
IV. — Origine des pseudo-propositions : l'écart entre le langage, la logique et le réel.....	270
V. — Comment chaque système syntaxique implique une métaphysique latente.....	271
VI. — Classification rationnelle des catégories logiques du langage...	276
VII. — Les niveaux de langage.....	277
VIII. — Les différents ordres de langage.....	279
IX. — Pseudo-problèmes issus du langage pseudo-objectif.....	280
X. — Pseudo-problèmes issus d'énoncés vides de signification empirique.....	285
XI. — Pseudo-langages.....	286
CHAPITRE XVI. — <i>Langage et pseudo-problèmes</i>	289
I. — Problèmes physiques et problèmes logiques.....	289
II. — Problèmes indéterminés.....	290
III. — Problèmes non encore résolus à l'intérieur d'une théorie.....	291
IV. — Problèmes indécidables à l'intérieur d'une théorie.....	292
V. — Problèmes formellement vides de sens.....	293
VI. — Problèmes physiques non encore résolus, physiquement impossibles, épistémologiquement vides de sens.....	294
CHAPITRE XVII. — <i>Une langue universelle est-elle possible ?</i>	297
I. — Le langage de la physique peut-il servir de langue universelle ?.	297
II. — Langages à sens intersubjectif restreint.....	300
III. — Le choix d'un donné référentiel reste libre.....	301
IV. — Diversité des langages ; impossibilité d'un langage unique.....	303

LIVRE IV

*LES PSEUDO-PROBLÈMES DE LA THÉORIE CLASSIQUE
DE LA CONNAISSANCE*

INTRODUCTION : <i>L'ancienne et la nouvelle théorie de la connaissance</i>	309
CHAPITRE XVIII. — <i>Les origines de la conception classique des théories déductives</i>	310
I. — La distinction des vérités formelles et des vérités empiriques dans l'Antiquité.....	310
II. — La théorie de la science démonstrative d'Aristote.....	312
III. — Comment cette théorie s'est étendue aux sciences de la nature	314
IV. — Persistance de la théorie d'Aristote jusqu'à la fin du XIX ^e siècle	315
CHAPITRE XIX. — <i>Problèmes philosophiques soulevés par la conception classique des théories déductives</i>	317
I. — L'évidence <i>ex terminis</i> des principes.....	317
II. — La théorie de Kant.....	319
III. — La hiérarchie des principes et l'ordre absolu du subordination des sciences.....	320
IV. — La simplicité des notions premières et l'ordre hiérarchique des notions dérivées.....	323
V. — Indépendance des vérités nécessaires à l'égard de la nature et de notre esprit : le réalisme platonicien.....	325
VI. — Comment la conception classique implique une conception théologique de l'Univers.....	327
CHAPITRE XX. — <i>Comment les géométries non-euclidiennes ont ruiné la conception classique des théories déductives</i>	329
I. — Caractère révolutionnaire des géométries non-euclidiennes : comment elles renversent la conception aristotélicienne des sciences déductives.....	329
II. — Comment les géométries non-euclidiennes renversent le rationalisme épistémologique d'Emmanuel Kant.....	331
III. — La substitution de l'Axiomatique de David Hilbert à l'Analytique d'Aristote.....	335
CHAPITRE XXI. — <i>Comment les problèmes suscités par la conception classique des théories déductives sont des pseudo-problèmes</i>	336
I. — De l'inexistence du problème du fondement de la certitude des principes des théories déductives.....	336
II. — De l'inexistence des vérités éternelles et nécessaires et des pseudo-problèmes qu'elles soulèvent.....	337
III. — De l'inexistence d'une hiérarchie absolue des principes et d'une classification absolue des sciences.....	339
IV. — De l'inexistence d'un ordre absolu de dérivation des notions et du Catalogue des idées simples.....	341
V. — De l'inutilité du réalisme platonicien ou augustinien.....	342

CHAPITRE XXII. — <i>Le problème de l'application des mathématiques à la nature</i>	345
I. — La théorie de l'harmonie préétablie entre notre esprit et la nature	345
II. — La théorie Kantienne	347
III. — Origine de la croyance en l'applicabilité <i>a priori</i> des mathématiques à la nature	348
IV. — Premier exemple : les volumes gazeux et les masses atomiques.	349
V. — Deuxième exemple : les électrons et les photons	350
VI. — Troisième exemple : les mécaniques statistiques	351
VII. — Quatrième exemple : les phénomènes biologiques, psychologiques et sociaux	353
VIII. — Cinquième exemple : les ensembles non-commutatifs et la mécanique quantique	354
IX. — En quoi les nombres entiers positifs sont-ils des nombres plus naturels que les autres	356
X. — En quoi la géométrie d'Euclide est-elle plus naturelle que les autres	357
XI. — A quoi se réduit le privilège des nombres dits naturels et de la géométrie dite ordinaire	359
XII. — A quoi se réduit le problème de l'application des mathématiques à la nature	360
XIII. — Peut-on prévoir mathématiquement des phénomènes physiques nouveaux ?	362
XIV. — La théorie idéaliste de James Jeans	364
CHAPITRE XXIII — <i>Les exigences de la raison et la renaissance de l'apriorisme scientifique</i>	367
I. — Comment les exigences de la raison se plient aux diktats de l'expérience	367
II. — Comment les exigences de la raison résultent pour la plupart d'anciennes théories pétrifiées	369
III. — La renaissance de l'apriorisme due à la description mathématique des phénomènes : critique de la théorie d'Arthur Eddington	372
IV. — Critique de la théorie de Milne	374
V. — Comment le système du monde dépend de l'échelle du temps que nous choisissons librement	375
VI. — Comment la forme mathématique des phénomènes dépend de l'échelle de grandeur à laquelle on se place	379
VII. — Le rationalisme de Federigo Enriques	381
CHAPITRE XXIV. — <i>L'Univers est-il intelligible ?</i>	384
I. — La plasticité de la raison	384
II. — L'intelligibilité de l'Univers identifiée à la possibilité d'en donner une représentation mécanique	385
III. — L'intelligibilité du monde déduite de la sagesse du Créateur par la considération des causes finales	387
IV. — L'intelligibilité du monde ramenée à la simplicité des lois de la nature	391
V. — L'intelligibilité du monde ramenée au principe de raison suffisante et à la légalité des phénomènes	396
VI. — Comment l'inintelligibilité du monde s'accroît avec nos connaissances	402
VII. — Origine de la croyance en la rationalité de l'Univers	406
VIII. — Origine anthropomorphique de la notion de loi naturelle	409
IX. — En quoi consiste en définitive l'intelligibilité de l'Univers	411

CHAPITRE XXV. — <i>La nouvelle théorie de la connaissance</i>	414
I. — Comment les mathématiques modernes et la physique nouvelle ont transformé la notion classique de vérité.....	414
II. — Comment la théorie classique de la vérité conduit à des pseudo- problèmes.	418
III. — Comment les exigences de notre raison doivent se soumettre aux exigences de l'expérience.....	421
IV. — Comment les progrès de la science ont toujours consisté à défier une évidence intuitive ou rationnelle.....	422
V. — Théorie évolutive et fonctionnelle de la raison.....	423
VI. — Conclusion.....	428
BIBLIOGRAPHIE	435