

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Vorwort	V
A. Die Zielsetzung des Buches	V
B. Einige Hinweise zum Lesen des Buches	VIII
C. Inhaltsübersicht	IX
D. Abschluß des Vorwortes	XVII

Erster Teil.

Alternäre Aussagenlogik.

§ 1. Vorläufige Abgrenzung der Aussagenlogik	1
--	---

1. Abschnitt.

Algebra der Logik.

Kapitel I. Grundlegende Gesetze des BOOLEschen Verbandes	4
§ 2. Einführung	4
§ 3. Der distributive Verband	7
§ 4. Der BOOLEsche Verband	11
§ 5. Erste Umformungen. Kürzungsgesetze	13
§ 6. Die Elemente Υ und Λ	17
§ 7. Die Verneinungsgesetze	20
§ 8. Dualität	25
Kapitel II. Strukturelle Einblicke in die logische Algebra	29
§ 9. Aussagenform. Vorläufiges zur Mitteilung in Fraktur	29
§ 10. Die Umformungsregeln. Äquivalenzrelationen	32
§ 11. Erste Nachweise durch Netzinduktion	35
§ 12. Assoziante Aussagenform. Weitere Induktionsbeweise	38
§ 13. Normalform	40
§ 14. Ausgezeichnete Normalform	42
Kapitel III. Widerspruchsfreiheit, Vollständigkeit und Entscheidungsdefinitheit der logischen Algebra	45
§ 15. Kanonische Widerspruchsfreiheit	45
§ 16. Gleichheit und Übereinstimmung ausgezeichneter Normalformen	47
§ 17. Vollständigkeit	49
§ 18. Entscheidungsdefinitheit	50
§ 19. Gleichheitsklassen	52
Kapitel IV. Zusätze zum Ausbau und zur Interpretation der logischen Algebra	53
§ 20. Vorläufige Einführung der alternären Implikation	53
§ 21. Das Enthaltensein	55
§ 22. Die Grundgesetze des Enthaltenseins	57
§ 23. Das Enthaltensein als Grundrelation des Verbandes	59
§ 24. Begriffslogik	63

	Seite
Kapitel V. Algebra der $\rightarrow\bar{\neg}$ -Logik	67
§ 25. Begriffsnetz und Umformungsgerüst für die Algebra der $\rightarrow\bar{\neg}$ -Logik	67
§ 26. Einige Herleitungen	69
§ 27. Normalform und ausgezeichnete Normalreihe	71
§ 28. Kanonische Widerspruchsfreiheit. Gleichheit und Übereinstimmung aus- gezeichneter Normalreihen	74
§ 29. Vollständigkeit und Entscheidungsdefintheit	75

2. Abschnitt.

Wertende Logik.

Kapitel VI. Wahrheitswertung, Verknüpfungsbasen	76
§ 30. Einführendes zum ‚Wahrheitswert‘	76
§ 31. Die grundlegenden Wahrheitstabeln	78
§ 32. Wahrheitsfunktionen. Wahrheitswertung	80
§ 33. Die Beziehung der Wahrheitswertung zur Algebra der Logik	83
§ 34. Binäre Verknüpfungen. Vorläufiges zur allgemeinen Aussagenform	87
§ 35. Übersicht über die binären Verknüpfungen	88
§ 36. Die Dualität	91
§ 37. Begriffsabhängigkeit der Verknüpfungen. Verknüpfungsbasis	92
§ 38. Binäre Verknüpfungsbasen	93
Kapitel VII. Wahrformen	98
§ 39. Überleitung von der logischen Algebra zu den Wahrformen	98
§ 40. Wahrformen	99
§ 41. Abgekürzte Wahrheitswertung	102
§ 42. Zur Deutung der binären Verknüpfungen, insbesondere der alternären Implikation	103
§ 43. Die wichtigsten Äquivalenz-Wahrformen (als Leseübung)	105
§ 44. Die wichtigsten implikativen Wahrformen (Fortsetzung der Leseübung)	110
Kapitel VIII. Verallgemeinerte Wahrheitswertung (Quasiwahrheitswertung)	113
§ 45. Vorläufiger Ausblick auf die normaldeduktive Aussagenlogik	113
§ 46. Quasiwahrheitswertung	114
§ 47. Die „spezifische“ 2^n -wertige Quasiwahrheitswertung \mathfrak{M}_n	118
§ 48. Einige Eigenschaften der spezifischen Quasiwahrheitswertung	120
§ 49. Mehrwertige Quasiwahrheitswertungen als sog. „mehrwertige Logiken“	124

3. Abschnitt.

Grundlegende Begriffe zur deduktiven Logik.

Kapitel IX. Kodifikation	128
§ 50. Grundsätzliches zur Kodifikation	129
§ 51. Kodifikate; I. Teil: das Begriffsnetz	130
§ 52. Kodifikate; II. Teil: das Deduktionsgerüst	133
§ 53. Logische Kodifikate. Logische Fundierung einer Theorie	136
Kapitel X. Grundlegende syntaktische Begriffsbildungen	138
§ 54. Die Syntax eines Kodifikats	138
§ 55. Widerspruchsfreie, vollständige und entscheidungsdefinite Kodifikate	140
§ 56. Unabhängige, einfache und anzahlminimale Axiomensysteme	144
§ 57. Zum Gebrauch der Buchstabenzeichen	145
§ 58. Äquivalente und deduktionsgleiche Satzgebilde; ableitbare und implizit abhängige Schlußregeln; Einsetzung und Umsetzung	147

	Seite
§ 59. Inversion und Separation von Schlüssen; Elimination und Reduktion von Begriffen; Restriktion	153
Kapitel XI. Grundsätzliches zur deduktiven Aussagenlogik	155
§ 60. Vorläufige Umreißung der deduktiven Aussagenlogik	155
§ 61. Das Verhältnis der deduktiven zur wertenden Aussagenlogik	156
§ 62. Das Begriffsnetz einer deduktiven Aussagenlogik	158
§ 63. Zur Syntax des Begriffsnetzes einer deduktiven Aussagenlogik	161
§ 64. Das Deduktionsgerüst einer deduktiven, insbesondere einer normaldeduktiven Aussagenlogik	165
§ 65. Zur Syntax des Deduktionsgerüsts einer deduktiven Aussagenlogik	170
§ 66. Die Tragweite des normaldeduktiven Schließens	174
§ 67. Fassungen der Widerspruchsfreiheits- und der Vollständigkeitsforderung	176

4. Abschnitt.

Normaldeduktive alternäre Aussagenlogik.

Kapitel XII. Das Deduktionstheorem und Anschließendes	179
§ 68. Vorverlegung der Einsetzungen	179
§ 69. Das aussagenlogische Deduktionstheorem	181
§ 70. Das verallgemeinerte (aussagenlogische) Deduktionstheorem	184
§ 71. Faktische Äquivalenz von Aussagenreihen	185
Kapitel XIII. Normaldeduktive alternäre $\vee \neg$-Aussagenlogik	188
§ 72. Das WHITEHEAD-RUSSELLSche Axiomensystem WR	188
§ 73. Vorbemerkung über die abkürzende Mitteilung von Schlüssen	190
§ 74. Einige grundlegende Herleitungen. Die „assoziativen“ Implikationen	193
§ 75. Die Konjunktion in der deduktiven $\vee \neg$ -Aussagenlogik	195
§ 76. Die „distributiven“ Implikationen	197
§ 77. Die normaldeduktive Vollständigkeit des WHITEHEAD-RUSSELLSchen Axiomensystems	198
§ 78. Die gegenseitige Unabhängigkeit der Axiome des WHITEHEAD-RUSSELLSchen Systems	200
Kapitel XIV. Normaldeduktive alternäre $\rightarrow \neg$-Aussagenlogik	203
§ 79. Das $\rightarrow \neg$ -Axiomensystem von FREGE und ŁUKASIEWICZ	203
§ 80. Einige Herleitungen aus den ersten beiden Axiomen	204
§ 81. Eine Abwandlung des Axiomensystems	206
§ 82. Einige Herleitungen aus allen drei Axiomen	208
§ 83. Die gegenseitige Unabhängigkeit der Axiome des FREGE-ŁUKASIEWICZSchen Systems	209
§ 84. Die normaldeduktive Vollständigkeit des FREGE-ŁUKASIEWICZSchen Axiomensystems	211
§ 85. Die normaldeduktive Unvollständigkeit des Axiomensystems D 1, 2	213
§ 86. Normaldeduktive alternäre Implikationslogik	214

5. Abschnitt.

Aufschichtende alternäre Aussagenlogik.

Kapitel XV. Natürliche alternäre aufschichtende Aussagenlogik	217
§ 87. Einführung in die Grundgedanken der aufschichtenden Logik	217
§ 88. Das Begriffsnetz der natürlichen aufschichtenden alternären Aussagenlogik	219

	Seite
§ 89. Das Deduktionsgerüst der natürlichen aufschichtenden alternären Aussagenlogik	221
§ 90. Fundamentale Eigenschaften des Deduktionsgerüstes	223
§ 91. Einige Herleitungen	225
§ 92. Die Wahrformvollständigkeit des Kodifikats	227
§ 93. Ein zweites Entscheidungsverfahren für die Wahrformeigenschaft	230
Kapitel XVI. Kürzungserweiterte aufschichtende Aussagenlogik	233
§ 94. Das natürliche kürzungserweiterte aufschichtende alternäre Aussagenkodifikat K	234
§ 95. Eine beweistheoretische Direktive zur Behandlung des Kodifikats K . Einige fundamentale Nachweise	235
§ 96. Allgemeinere Schematen für die aufschichtenden Schlüsse	238
§ 97. Umkehrbarkeit aufschichtender Schlußregeln. — 1. Teil: \neg -Inversion	240
§ 98. Umkehrbarkeit aufschichtender Schlußregeln. — 2. Teil: \wedge -hinten-, \vee -vorne- und \rightarrow -Inversion	245
Kapitel XVII. Schnittelimination beim natürlichen kürzungserweiterten Kodifikat K	248
§ 99. Die Schnitt-Schlußregel	248
§ 100. Elimination von Schnitten, deren Schnittglied eine Variable ist	251
§ 101. Schnittelimination allgemein	253
§ 102. Umweglosigkeit	255
Kapitel XVIII. Aufschichtende alternäre $\vee\neg$-Logik	259
§ 103. Aufstellung des Kodifikats. — Einige fundamentale Nachweise	259
§ 104. Die Vollständigkeit des Kodifikats	262
§ 105. Umkehrbarkeit der aufschichtenden Schlußregeln	264
§ 106. Schnittelimination	266

Zweiter Teil.

Nichtalternäre Aussagenlogik.

§ 107. Das Ziel der nichtalternären Logik	268
---	-----

6. Abschnitt.

Die derivative Aussagenlogik und ihre normaldeduktive Kodifikation.

Kapitel XIX. Derivative \rightarrow- und $\rightarrow\neg$-Logik	271
§ 108. Einführendes zur derivativen Logik	271
§ 109. Die derivative Implikationslogik	272
§ 110. Normaldeduktive Kodifikation der derivativen Implikationslogik	274
§ 111. Formen zu mehrfach iterierten Schlüssen	276
§ 112. Die derivative $\rightarrow\neg$ -Logik	280
§ 113. Normaldeduktive Kodifikation der derivativen $\rightarrow\neg$ -Logik	283
Kapitel XX. Derivative $\rightarrow\wedge$- und $\rightarrow\wedge\neg$-Logik.	285
§ 114. Grundsätzliches	285
§ 115. Normaldeduktive Kodifikation der derivativen $\rightarrow\wedge$ -Logik und der derivativen $\rightarrow\wedge\neg$ -Logik.	287
§ 116. Der Widerspruch über einem Negat.	290
§ 117. Die unmittelbare Reduktion der derivativen $\rightarrow\wedge$ -Logik auf die derivative \rightarrow -Logik	291

	Seite
Kapitel XXI. Entwickelnde derivative Implikationslogik	296
§ 118. Das Kodifikat der entwickelnden derivativen Implikationslogik	296
§ 119. Einige beweisbare Formen und abhängige Schlußregeln. Das neue Kodifikat als ein derivatives	299
§ 120. Die Simplizierung (als Vorbereitung für das Entscheidungsverfahren)	303
§ 121. Die dem Entscheidungsverfahren zugrunde liegende Reduktion	306
§ 122. Nachweis der Entscheidbarkeit	310
§ 123. Übersicht und Anwendungsbeispiele zum Entscheidungsverfahren der derivativen $\rightarrow \wedge \neg$ -Logik	313
Kapitel XXII. Natürliche derivative Logik	320
§ 124. Die derivative $\rightarrow \vee$ -Logik und die derivative $\rightarrow \vee \neg$ -Logik. Grundsätzliches	320
§ 125. Normaldeduktive Kodifikation der derivativen $\rightarrow \vee$ - und $\rightarrow \vee \neg$ -Logik. Einige Herleitungen in der derivativen $\rightarrow \vee$ -Logik	322
§ 126. Die natürliche derivative Aussagenlogik und ihre normaldeduktive Kodifikation	324
§ 127. Die distributiven Gesetze für \vee und \wedge	327
§ 128. Die derivativen Verneinungsgesetze	328
§ 129. Die wichtigsten derivativen Formen zum Tertium non datur. — Vorläufiger Ausblick	331
§ 130. Die natürliche derivative Logik als „Aufgaben“-Logik	334
§ 131. Die Derivate einer natürlichen Aussagenform	337

7. Abschnitt.

Normaldeduktive intuitionistische Aussagenlogik.

Kapitel XXIII. Die normaldeduktive Behandlung der intuitionistischen Aussagenlogik	342
§ 132. Einführendes	342
§ 133. Normaldeduktive Kodifikation der intuitionistischen Aussagenlogik	343
§ 134. Einige intuitionistische (nicht derivative) Herleitungen	345
§ 135. Die gegenseitige Unabhängigkeit der intuitionistischen Axiome	349
§ 136. Beispiele nichtintuitionistischer Wahrformen	353
§ 137. Ein abgestuftes Axiomensystem der natürlichen alternären Aussagenlogik	355
Kapitel XXIV. Charakteristische Eigenschaften der intuitionistischen Aussagenlogik	358
§ 138. Die intuitionistische „Aufgaben“-Interpretation	358
§ 139. Die Mittelstellung der intuitionistischen Aussagenlogik zwischen der derivativen und der alternären	359
§ 140. Die intuitionistische Inabsurdität jeder Wahrform	368
§ 141. Derivative und intuitionistische Logik keine „mehrwertigen“ Logiken	369
§ 142. Das normaldeduktive \wedge -Kodifikat der intuitionistischen Aussagenlogik	372

8. Abschnitt.

Aufsichtende derivative und intuitionistische Aussagenlogik.

Kapitel XXV. Die aufsichtende Behandlung der derivativen und der intuitionistischen Aussagenlogik	375
§ 143. Vorbemerkungen	375
§ 144. Die aufsichtenden Kodifikate der natürlichen derivativen und der intuitionistischen Aussagenlogik	376

	Seite
§ 145. Einige Herleitungen	379
§ 146. Grundlegende Eigenschaften der neuen Kodifikate	381
§ 147. Erster Vergleich mit der normaldeduktiven derivativen und intuitionistischen Aussagenlogik	384
§ 148. Der Formelnbund in den neuen Kodifikaten	386
§ 149. Umkehrbarkeit aufschichtender Schlüsse	388

Kapitel XXVI. Die Angemessenheit der aufschichtenden Kodifikate 390

§ 150. Schnittelimination	390
§ 151. Die aufschichtenden Kodifikate als derivative bzw. intuitionistische	394

9. Abschnitt.

Handliches Entscheidungsverfahren für die natürliche derivative und intuitionistische Aussagenlogik.

Kapitel XXVII. Vorbereitung des Entscheidungsverfahrens 397

§ 152. Eine erste Modifikation der aufschichtenden $\rightarrow \vee \wedge$ -Kodifikate	397
§ 153. Die verengten aufschichtenden $\rightarrow \vee \wedge$ -Kodifikate	400
§ 154. Simplifikation	405
§ 155. Behandlung der disjunktiven Hauptvorderglieder	407

Kapitel XXVIII. Das Entscheidungsverfahren 409

§ 156. Die dem Entscheidungsverfahren zugrunde liegende Reduktion	409
§ 157. Vorbereitung des Nachweises der Entscheidbarkeit	413
§ 158. Nachweis der Entscheidbarkeit. — Anmerkungen zur Verwendung des Verfahrens	417
§ 159. Abkürzung des Entscheidungsverfahrens. Übersicht über das Verfahren	421
§ 160. Anwendungsbeispiele zum Entscheidungsverfahren	425

10. Abschnitt.

Strikte Aussagenlogik.

§ 161. Einführendes zur strikten Logik	429
--	-----

Kapitel XXIX. Engere strikte Aussagenlogik 430

§ 162. Das Kodifikat der strikten Aussagenlogik	430
§ 163. Erste Herleitungen aus den $\wedge \leftarrow$ -Axiomen St 4—6 allein	433
§ 164. Einige Herleitungen aus den $\wedge \leftarrow \neg$ -Axiomen St 4—10	436
§ 165. Einbeziehung der Disjunktion. — Dualität	440
§ 166. Fortsetzung der Herleitungen für die Disjunktion. Die strikte Logik als BOOLESCHER VERBAND	442
§ 167. Einbeziehung der alternären Implikation. — Einige Sätze über die strikte Beweisbarkeit	446
§ 168. Fundamentale Umformungen der strikten Implikation. — Verträglichkeit	449

Kapitel XXX. Eine erste Erweiterung der strikten Logik 452

§ 169. Unabhängige Formen von striktem Charakter	452
§ 170. Erweiterung durch ein zusätzliches Axiom	456
§ 171. Weitere Herleitungen mit Heranziehung des neuen Axioms	458
§ 172. Unabhängige Formen und Regeln	462

11. Abschnitt.

Strikte Aussagen- und Modalitätenlogik.

	Seite
Kapitel XXXI. Die Modalitäten „notwendig“ und „möglich“ in der strikten Logik	464
§ 173. Strikt logische Möglichkeit und Notwendigkeit. Einführung	464
§ 174. Erste Eigenschaften der strikt logischen Möglichkeit und Notwendigkeit	466
§ 175. Ableitung einiger Schlußregeln mit Heranziehung des Zusatzaxioms zur Hintergliedverjüngung	470
§ 176. Weitere Herleitungen mit dem Zusatzaxiom der Hintergliedverjüngung	472
Kapitel XXXII. Die Modalitätenaxiome. Verschärfte strikte Logik	477
§ 177. Notwendig-notwendiges. Einleitung	477
§ 178. Erweiterung der strikten Modalitätenlogik durch das erste Modalitätenaxiom	480
§ 179. Die 14 Hauptmodalitäten. Die Irreduzibilität der Kombinationen $N\Diamond$ und $\Diamond N$	483
§ 180. Das zweite Modalitätenaxiom. „Verschärfte“ strikte Modalitätenlogik	489
§ 181. Die Einstufigkeit der verschärften strikten Logik	494
§ 182. Die strikte Logik keine „mehrwertige“ Logik	498
Kapitel XXXIII. Entscheidungsverfahren für die verschärfte strikte Logik	500
§ 183. Modalprimitive Formen. Einführung	500
§ 184. Eine Erweiterung der „spezifischen Quasiwahrheitswertung“	504
§ 185. Das Entscheidungsverfahren	506
§ 186. Beweisbares als beweisbar-notwendiges	509
§ 187. Weitere Anwendungsbeispiele für das Entscheidungsverfahren	513
Kapitel XXXIV. Die Modalitäten „offen“ und „zufällig“ in der strikten Logik	517
§ 188. Die Offenheit. Grundsätzliches	517
§ 189. Weitere Eigenschaften der Offenheit	520
§ 190. Die Zufälligkeit. Grundsätzliches	523
§ 191. Weitere Eigenschaften der Zufälligkeit	525
§ 192. Vorläufiges Beispiel einer aussagenlogisch fundierten Theorie	527
Übersicht über die logischen Zeichen	530
Verzeichnis der wichtigsten numerierten Formen	531
Literatur	542
Sachverzeichnis	545